

Содержание

От автора	9
Введение. Почему умение работать с цифрами — величайшее достижение человечества	11
Глава 1 Арифметика. История цивилизации	17
Глава 2 Геометрия. История завоеваний и творений	51
Глава 3 Алгебра. История организации	99
Глава 4 Математический анализ. История инженерии	142
Глава 5 Логарифмы. История науки	182
Глава 6 Комплексные числа. История электрического века	213
Глава 7 Статистика. История улучшений	249
Глава 8 Теория информации. История создания современности	293
Закключение. Блстающие грани математики	337
<i>Благодарности</i>	345
<i>Примечания</i>	347

Глава 1

Арифметика

История цивилизации

В процессе эволюции у людей не возникло непреодолимого желания считать. Но стоило нам изобрести числа и арифметику, как мы попали в зависимость от них. Числа позволили людям осуществлять управление, взимать налоги и торговать друг с другом, что открыло им возможность жить в больших взаимозависимых сообществах. В конце концов арифметика и ее производные — дроби, отрицательные числа и понятие нуля — стали движущей силой экономического и политического успеха: те, кто умеет обращаться с числами, определяют будущее рабочих, стран и всей планеты. А началось все с интеллектуального скачка к числу 4.

В первой половине XV века банк Медичи был гордостью Флоренции на зависть всей Европе¹. Его успех объяснялся просто: Джованни Бенчи, управлявший банком, педантично вел бухгалтерию и всегда все делал по правилам. Он каждый год проверял бухгалтерские ведомости всех филиалов банка, оценивал финансовое положение должников и определял вероятность неисполнения платежных обязательств. Если бы вы управляли одним из филиалов банка и Бенчи обнаружил бы, что у вас не сходится баланс, он вызвал бы вас к себе и разорвал на куски. А потом, в 1455 году, Бенчи умер, и все развалилось.

Сотрудники банка Медичи вдруг освободились от пристального контроля Бенчи и стали предлагать вкладчикам

слишком щедрый доход, все равно как если бы современный банк обещал 10 % дохода с любых инвестиций. Чтобы обеспечивать гарантированные процентные платежи, банк начал проводить нездоровую политику кредитования. Он предлагал ссуды под непомерные проценты, и европейские короли и аристократы, которые нуждались в средствах для ведения войн, соглашались на условия Медичи, не собираясь выплачивать долги. У банка не было возможности принудить кредиторов к возврату ссуд, и деньги утекали. Тем временем совладельцы банка ориентировались на баланс, раздутый за счет кредитов, которые никто не планировал возвращать, и пускали несуществующую прибыль на личные расходы. Они жили на широкую ногу, ни в чем себя не ограничивая, и наличность в банке таяла. В 1478 году банк Медичи оказался на грани банкротства. Разоренный Лоренцо Медичи, правнук основателя банка, попытался поправить свое положение, присвоив себе деньги вкладчиков. Разгневанные флорентийцы в 1494 году штурмовали дворец Медичи и сожгли все банковские книги. В этом пламени сгорело и вековое господство европейской культурной, политической и финансовой столицы.

В следующий раз история продемонстрировала колоссальную силу бухгалтерского учета в период Великой французской революции. Взрыв случился, когда со своего поста был смещен счетовод Жак Неккер, который пытался наладить разрушенную финансовую систему Франции и сократить гигантский объем государственного долга. В процессе он изобличил расточительность французского королевского двора. В конце концов деятельность Неккера стала вызывать недовольство со стороны правящих классов, которые теряли деньги в результате его реформ. Неккер был смещен с поста министра финансов, но приобрел множество верных и опасных сторонников.

Историк Франсуа Минье описывает момент, который дал толчок к революции: импульсивный Камиль Демулен стоит

на столе, держа в руке пистолет². “Граждане! Нельзя терять ни минуты!” — восклицает молодой бунтарь. Отставка Неккера, говорит Демулен, оскорбляет каждого патриота Франции и каждого ставит под угрозу. “Остается лишь одно — взяться за оружие!” Услышав этот призыв, толпа устремляется на улицы. На плечах у людей — бюсты смещенного министра. “Ни один кризис не обходится без лидера, имя которого становится знаменем его сторонников, и пока народ боролся со двором, таким лидером был Неккер”.

Кампанию Неккера мы вряд ли сразу сочли бы революционной: он просто хотел свести баланс. Неккер отметил, что английский парламент обнародует свои доходы и расходы и финансы Англии в порядке, несмотря на крупные ссуды на ведение заграничных войн. Он считал, что Франция должна стремиться к такой же прозрачности. Сведенный баланс, говорил Неккер, есть основа этического, преуспевающего, счастливого и могущественного правительства. В связи с этим он пытался заменить множество французских финансовых реестров одним, который контролировал бы сам. Его идея не получила поддержки у тех, кто стоял у власти, но оказалась чрезвычайно популярной среди тех, кто влияния не имел. В результате, как выразился историк Джейкоб Солл, “французская революция началась отчасти как борьба за подотчетность правительства и точность цифр”³.

Зарубежным финансовым системам завидовала не только Франция. Столпы экономики США — налоговые поступления, доллар, Центральный банк — были в общих чертах скопированы с голландских и английских банковских практик. В то время в Америке банков не было, и страна тонула в долгах. Банки, как Александр Гамильтон отметил в 1781 году, были “лучшим из двигателей, изобретенных для развития торговли”⁴. Гамильтон утверждал, что свобода от британского правления придет тогда, когда Америка разберется в бухгалтерских ведомостях и станет вести их самостоятельно. “Только порядком в финансах — и возвратом дове-

рия общества, — а не победами в битвах мы сумеем наконец достичь своей цели, — сказал он. — Своей способностью мобилизовать огромные силы для ведения множества славных и успешных войн Великобритания обязана огромной кредитной базе, сформированной на этом фундаменте. Только этим она и угрожает нашей независимости”.

Став первым министром финансов США, Гамильтон принял все необходимые меры и вытащил молодое государство из пучины банкротства. Уже к 1803 году финансовое чутье Гамильтона позволило США выпустить достаточное количество государственных облигаций, чтобы купить у Франции Луизиану и увеличить площадь страны вдвое. Возможно, вам мюзикл “Гамильтон” нравится как ода одному из отцов-основателей США, но историки экономики видят в нем хвалу бережливости. А математики — свидетельство того, какую силу дает умение работать с числами.

Учимся считать

Не стоит принимать математику как должное. Современный человек — *Homo sapiens*, “человек разумный”, — существует около 300 тысяч лет, а самым древним из найденных рукотворных артефактов не менее 100 тысяч лет. Но самому раннему надежному свидетельству о том, что человек научился считать, лишь около 20 тысяч лет. Длинные насечки на кости Ишанго, обнаруженной в одноименном местечке на территории современной Демократической Республики Конго, сгруппированы в три колонки, каждая из которых поделена на отрезки. Хотя мы ничего не можем сказать наверняка, логично предположить, что одна насечка — это “один”. Две насечки — два. И так далее. В совокупности насечки напоминают систему счисления для расчета лунных циклов⁵.

Насечки на кости были созданы относительно недавно, и это наталкивает на мысль, что человек довольно поздно

научился считать и что этот навык не является неизбежным следствием развития интеллекта. Мозг у вас в голове, по сути, не отличается от мозга первого *Homo sapiens*, и кажется, что на протяжении большей части истории нашего вида человек разумный вообще не связывался с цифрами.

Однако как только мы освоили счет, преимущества стали очевидны. Именно поэтому вы, вероятно, даже не помните, как учились считать. Умение считать настолько ценится в большинстве человеческих культур, что обучение ему начинается еще до того, как у ребенка в голове откладываются первые долговременные воспоминания. И я готов поспорить, что вы учились считать на пальцах⁶.

Впервые я всерьез задумался о счете на пальцах — не считая того неловкого момента, когда понял, что считаю на пальцах у всех на глазах, в супермаркете, пока пытался вспомнить, сколько гостей придет на ужин, — когда посмотрел бунтарский военный фильм Квентина Тарантино “Бесславные ублюдки”. В одной из сцен фильма британец притворяется немцем в подпольном баре. Он жестом просит бармена принести три стакана и поднимает для этого указательный, средний и безымянный пальцы. Немецкий офицер, сидящий с ним за одним столом, сразу раскусывает собутыльника. “Вы только что себя выдали, капитан”, — говорит он.

Немцы показывают “один” большим пальцем, поэтому немец заказал бы три стакана, подняв большой, указательный и средний пальцы⁷. Азиаты считают на пальцах иначе. Моя подруга Сонали, выросшая в Индии, училась считать по отдельным фалангам. Торговцы из индийского штата Махараштра используют иную систему⁸. Они начинают с большого пальца, как немцы, но когда доходят до пяти, поднимают большой палец другой руки (обычно правой), чтобы обозначить, что одна “пятерка” уже собрана. Дальше они снова сжимают левый кулак и поднимают большой палец, показывая “шесть”.

Представьте, что заключаете сделку с торговцем из Махараштры. Сначала вы, наверное, придете в замешательство,

но вскоре поймете, сколько нужно заплатить, даже не прибегая к помощи языка. Умение считать на пальцах позволяет нам осуществлять торговлю, не имея общего письменного или разговорного языка. Достаточно, чтобы обе стороны понимали, о какой валюте идет речь, и знали числа от единицы до сотен и тысяч.

Именно поэтому освоение счета на пальцах было основополагающим элементом образования почти для всех членов древних обществ. Даже самые изолированные общества осуществляли обмен с путешествующими торговцами, которые далеко не всегда говорили с ними на одном языке. В сочинениях, созданных в V и IV веках до нашей эры, Аристотель упоминает, что счет на пальцах широко распространен в Древней Греции и Персии. Древнеримский ритор Квинтилиан отмечает, что стыдно должно быть тому законнику, который плохо владеет счетом на пальцах. Ацтеки изображали людей, показывающих числа пальцами, а в средневековой Европе счет на пальцах был настолько вездесущ, что в прославленный учебник математики “Сумма арифметики, геометрии, отношений и пропорций”, написанный в 1494 году Лукой Пачоли, вошло полное иллюстрированное руководство, позволяющее овладеть этим искусством. Даже в конце XVIII века немецкий путешественник Карстен Нибур описывал, как торговцы на азиатских рынках тайно договариваются о ценах, особым образом хватая друг друга за пальцы. Чтобы не посвящать никого в свои дела, они прятали руки в широких рукавах или скрывали их под отрезом ткани, наброшенным на запястья.

Поскольку способы обозначения чисел в разных культурах всегда различались, при обучении будущим дельцам приходилось уделять большое внимание жестам. Чтобы осваивать их было легче, поэты и учителя создавали подсказки в стихах и прозе. Вот, например, одна из древнего арабского мира: “Халид взял с собой 90 дирхамов, а когда вернулся, у него осталась лишь треть”. Хотя нам это мало о чем говорит, арабы

показывали 90, полностью согнув указательный палец у основания большого. Треть от 90 — это 30, и здесь знаком было гораздо более широкое кольцо, образуемое при соприкосновении кончиков большого и указательного пальцев. В подсказке содержался намек на то, что Халида анально изнашивали и ограбили. Подозреваю, что теперь вы на всю жизнь запомните, как в древности показывали 90 и 30 на пальцах.

Причина столь широкого распространения счета на пальцах во многом совпадает с причиной, по которой люди прекрасно научились работать с числами, как только осознали их ценность. Она такова: в первые пять лет жизни мозг человека посредством игры, экспериментов и стимуляции формирует так называемый пальцевый гнозис. Это способность воспринимать и ощущать каждый палец по отдельности. Через некоторое время в мозге создается внутренний образ пальцев, и этот образ помогает человеку приступить к работе с числами⁹. Прелесть пальцев в том, что их можно видеть и ощущать, и ими можно двигать. Они собраны в две группы по пять единиц, каждую из которых можно привести в разное положение при сгибании. Если бы вам нужно было изобрести инструмент, чтобы присвоить понятие “сколько?” к группе объектов перед вами, вам сложно было бы придумать что-то лучше своих пальцев.

При сканировании мозга мы видим, что, когда большинство из нас решает математические задачи — например, вычитая одно число из другого, — в дело вступает область мозга, которая работает с данными, получаемыми от пальцев. Если числа велики, активность в этой области становится более очевидной. Любопытно, что, если вам особенно хорошо дается вычитание, активность оказывается не такой высокой: иными словами, связи в вашем мозге едва напрягаются. Но стоит также отметить, что если в детстве вас не подталкивали использовать пальцы в играх — особенно в считалках, например “Раз-два-три-четыре-пять, вышел зайчик погулять”, — вы, возможно, так и не “освоили” числа¹⁰. Вы пред-

ставляете их иначе, чем другие люди. Это одна из причин, по которым кое-кому не дается математика.

Может показаться, что, освоив счет на пальцах, человек готов сделать следующий шаг и начать записывать числа. Но, раз мы могли и не начать работать с числами, мы уж точно могли и не начать их записывать. В конце концов, когда торговля осуществлялась на месте, о цене договаривались лично, а товары передавались незамедлительно, записывать транзакции не было необходимости. Что же подтолкнуло нас к записи чисел? Записывая числа, мы могли прогнозировать небесные явления, которые, возможно, имели религиозное значение, — скажем, новолуния и солнечные затмения. А еще мы могли производить учет запасов и уплаченных цен, а также фиксировать обязательства, связанные с будущими покупками и продажами. Вероятно, числа начали записывать в рамках религиозных практик, но в итоге это также позволило нам вывести на новый уровень торговлю. Как бы то ни было, запись чисел привела нас прямо к сегодняшнему процветанию.

Учетная революция

Мы точно не знаем, кто из людей раньше всех стал записывать числа. Вполне возможно, что кость Ишанго была создана значительно позднее начала математического путешествия человечества. Но две вещи мы знаем наверняка. Во-первых, существовало множество вариантов записи чисел, от костей с засечками до инкских узелков, вавилонской клинописи на глине, египетских чернил на папирусе и даже до электрического напряжения в микросхемах, изобретенных в XX веке. Во-вторых, новая способность к осуществлению финансового учета оказалась революционной. Ведение бухгалтерии, возможно, кажется вам просто неприятной обязанностью, которую вы с радостью перекладываете на чужие

плечи, но после ее изобретения человеческая культура кардинально изменилась.

Самые ранние свидетельства коммерческого счета датируются примерно 4 тысячами лет назад, когда месопотамские торговцы начали записывать договоренности о продаже овец. Каждой договоренности соответствовал глиняный шарик. Шарик запечатывались в полую сферу, на которой отмечалось их количество, а затем сферу обжигали, чтобы запись невозможно было изменить. Это была страховка на случай, если людей подведет память или если они намеренно попытаются нарушить договоренности.

Со временем на смену этой системе пришла более простая: засечки на обожженной глиняной табличке. Теперь не трудно было увидеть, какими были договоренности и что именно было куплено, продано и оплачено. К тому моменту люди уже стали понимать, что работа с числами не только дает преимущества в торговле: она дает власть.

В 2074 году до нашей эры царь Шульги, правивший Уром, который находился на юге современного Ирака, создал, по выражению историков, “первое математическое государство”¹¹. Шульги начал с военной реформы, за которой последовала административная. В соответствии с ними писцам Ура было поручено вести сложную перепись всего, чем богато царство. Надзиратели, контролировавшие рабочий класс Ура, оставили записи о количестве отработанных часов, болезнях, отсутствиях на рабочем месте и производительности труда заимствованных и предоставленных в аренду рабов. Если они не могли показать, что каждый из подотчетных им работников за месяц отработал 30 дней (вне зависимости от продолжительности месяца), то государство взимало с них плату за недоработки. Если писец-надзиратель умирал, не выплатив долг, обязательства переходили к его родственникам. Система отчетности царя Шульги была основана на неожиданном принципе: она должна была максимально облегчить выявление попыток обма-

нуть государство. Оказывается, аудит — истинная колыбель цивилизации.

Если Ур был первым математическим государством, то Шульги стал первым богом-математиком. Он провозгласил себя богом на двадцать третьем году царства. После этого его подданным полагалось почитать его и восхвалять его качества, в особенности его мастерское умение работать с цифрами. До нас дошли тексты гимнов с хвалами Шульги, и одним из его божественных атрибутов, очевидно, была прекрасная математическая подготовка в “доме табличек”, где он научился складывать, вычитать, считать и вести учет.

Преимущества математики как основы царства Шульги были так велики, что в следующем поколении математика стала в этом государстве величайшим из ремесел и важнейшим элементом подготовки писцов. К началу 2-го тысячелетия до нашей эры квалифицированный писец должен был уметь читать и писать по-шумерски и по-вавилонски, а также иметь музыкальные и математические навыки. Нужная писцам математика не сводилась к простому бухгалтерскому табуляции цифр, а предполагала осуществление чрезвычайно сложных — и как будто бы бесполезных — вычислений. По сути, писцам нужно было решать такие, например, задачи: “Я сложил периметр, диаметр и площадь круга и получил 115” — каков его радиус?¹² Это была математика ради математики, которая считалась одной из “добродетелей”. Только владея математикой, образованный писец мог считать себя мастером *pat-lí-ili*, или, в переводе с шумерского, “искусства быть человеком”. Иными словами, в систему образования математика попала через учебную программу гуманитарных наук.

В таком случае не приходится удивляться тому, что мы обнаружили не один десяток тысяч древних глиняных табличек, на которых были не только расчеты.