

Глава 1

Математика в основе мироздания

Случались и более странные вещи; и, пожалуй, самая странная и удивительная из всех — это то, что математикой смогло овладеть существо, родственное обезьяне.

Эрик Белл, “Развитие математики”

Физика — математическая наука не потому, что мы так много знаем о физическом мире, а потому, что знаем так мало; мы способны открывать лишь его математические свойства.

БЕРТРАН РАССЕЛ

Интеллектуальные способности *Homo sapiens* если и изменились за последние 100 000 лет, то не так уж сильно. Поместите в современную школу детей из эпохи, когда по Земле бродили мастодонты и шерстистые носороги, и они будут развиваться не хуже, чем их сверстники из XXI века. Их мозг был бы способен усвоить и арифметику, и геометрию, и алгебру. А при желании они вполне смогли бы изучить предмет углубленно, а там, глядишь, и стать профессорами математики в Кембридже или Гарварде.

В ходе эволюции наш нейронный аппарат выработал способность выполнять сложные вычисления и постигать такие вещи, как теория множеств и дифференциальная геометрия, — причем задолго до того, как подобным спо-

собностям нашлось применение. Есть, кстати, в этом некая загадка: *зачем* нам этот врожденный талант к высшей математике, если в нем нет очевидной пользы для выживания? А с другой стороны, человеческий род потому и появился и выжил, что человек превосходил конкурентов по интеллекту, способности мыслить логично, планировать наперед и задавать себе вопрос “А что, если?..”. Уступая другим видам в скорости и силе, наши предки вынуждены были полагаться на смекалку и умение просчитывать ситуацию. Логическое мышление стало нашей единственной “сверхспособностью”, а уже из него со временем развилась способность к сложному общению, использованию символов, рациональному толкованию окружающего нас мира.

Как и все животные, мы успешно выполняем сложные математические вычисления не раздумывая, с лету. Чтобы выполнить даже самые простые действия — поймать брошенный мячик (или избежать встречи с хищником, или добыть дичь), — нужно очень быстро решить множество уравнений. Попробуйте запрограммировать на выполнение таких действий робота, и сложность этих вычислений станет вам очевидна. Но огромное преимущество человека в том, что он способен переходить от конкретного к абстрактному — анализировать ситуацию, спрашивать себя “А что произойдет, если?..”, планировать загодя.

С зарождением сельского хозяйства возникла необходимость четко отслеживать смену времен года, а развитие торговли и появление поселений породило потребность в совершении сделок и ведении учета. Как для составления календарей, так и для ведения коммерческой деятельности нужна была какая-то система расчетов. Тут-то и появилась на свет элементарная математика. Одним из регионов, где она стала бурно развиваться, был Ближний Восток. Найденные археологами керамические фишки шумерских торговцев относятся к VIII тысячелетию до нашей эры и показывают, что уже тогда люди овладели представлением чисел. Правда, в то время они еще не от-

деляли понятие числа от самих предметов, которые нужно было сосчитать. Для счета разных объектов, например овец или кувшинов масла, использовались фишки разной формы. При обмене большим количеством фишек их запечатывали в специальные глиняные контейнеры — буллы. Для проверки содержимого буллу приходилось разбивать. Позже на них стали наносить отметки, указывающие, сколько фишек находится внутри. Со временем из таких символических изображений сформировалась система записи чисел, а сами фишки стали использоваться в качестве примитивной формы денег. Попутно понятие числа отделилось от считааемых предметов — так что, например, пять оставалось пятью, будь то козы или буханки хлеба.

На этом этапе математика кажется неразрывно связанной с повседневной реальностью. Счет и ведение учета — прикладные инструменты земледельца и торговца, и если



Египтяне хорошо владели практической математикой и с успехом применяли ее при строительстве пирамиды Хефрена в Гизе, изображенной на фото вместе с Большим сфинксом.

эти методы справляются со своей задачей, какая разница, что за концепция лежит в их основе? Простая арифметика неотделима от того, что происходит вокруг нас: овца плюс овца — две овцы, две овцы плюс две овцы — четыре овцы. Казалось бы, чего проще? Но стоит задуматься, и вы поймете, что уже произошло нечто странное. Говоря “овца плюс овца”, мы предполагаем, что овцы одинаковы или, по крайней мере, что различия между ними при подсчете не имеют значения. Но овца овце рознь. То есть мы отделили от овец то качество, что объединяет их и отличает от других объектов, а затем произвели над ним действия при помощи другой абстракции, которую мы называем сложением. Это серьезный шаг. На практике, чтобы прибавить одну овцу к другой, бывает достаточно просто пустить их пастись на одно поле. Но из той же практики мы знаем, что все овцы разные, а если копнуть глубже, то, что мы называем “овцой” (как и все остальное, что нас окружает), — неотъемлемая часть вселенной. Вдобавок к этому немного тревожит тот факт, что воспринимаемое нами как объекты окружающего мира (возьмите хоть тех же овец) на деле лишь порождения нашего разума, вызванные к жизни сигналами, воздействующими на органы чувств. Даже если предположить, что овца существует объективно, из физики нам известно, что это сложнейшая временная совокупность находящихся в постоянном движении элементарных частиц. И тем не менее, считая овец, мы способны каким-то образом игнорировать все эти сложности или, точнее, даже не отдавать себе в них отчет в повседневной жизни.

Из всех дисциплин математика — самая точная и неизблемая. Естественные науки и другие области человеческой деятельности представляют собой в лучшем случае некоторое приближение к идеалу, постоянно изменяются и эволюционируют. Как заметил немецкий математик Герман Ганкель, “в большинстве наук новое поколение разрушает созданное предыдущим; установленное одним отменяется другим. Только в математике каждое поколение

достраивает новый этаж к прежнему зданию”. Это ее отличие от всех других наук неизбежно, оно заложено в самой ее сути — ведь математика начинается с того, что разум извлекает из данного нам в ощущениях только те знания, которые он определяет как наиболее фундаментальные и неизменные. Это приводит к появлению таких понятий, как натуральные числа, сложение и вычитание, позволяющих измерять количество объектов, увеличивать и уменьшать его. Абстрактное понятие количества (“один”, “два”, “три” и так далее) воспринимается как общий признак разных наборов объектов, независимо от того, что это за объекты и насколько сильно отличаются друг от друга отдельные объекты одного типа. Поэтому такое качество, как непрерывность, незыблемость, присуще математике изначально и является важнейшим ее достоинством.

Математика существует — в этом никто не сомневается. Скажем, теорема Пифагора — она ведь как-никак часть нашей реальности. Но вот *где* она существует тогда, когда не используется и не воплощается в какой-то материальной форме, и где она существовала *раньше*, тысячи лет назад, до того, как пришла кому-то в голову? Платоники считают, что математические объекты, такие как числа, геометрические фигуры и отношения между ними, существуют независимо от нас, наших мыслей, языка и физической вселенной. Они, правда, не уточняют, в каких таких неземных сферах обитают эти объекты, но убеждены, что те каким-то образом реально существуют. Большинство математиков, надо признать, разделяют эту точку зрения, а значит, считают, что математические истины открывают, а не изобретают. Справедливо, впрочем, и то, что большинству математиков, скорее всего, нет дела до всей этой философии — их вполне устраивает просто заниматься наукой, точно так же как большинство физиков, как работающих в лаборатории, так и решающих теоретические задачи, вряд ли волнуют проблемы метафизики. И все же постижение истинной природы вещей — в нашем случае

математических объектов — занятие интересное, пусть даже нам не суждено найти окончательного ответа. Прусский математик и логик Леопольд Кронекер считал, что человеку были даны только целые числа: по его выражению, “целые числа создал Господь Бог, остальное — дело рук человеческих”. Английский астрофизик Артур Эддингтон пошел еще дальше, сказав: “Математики не существует, пока мы ее не создаем”. Наверняка люди и дальше будут спорить о том, что же такое математика — открытие, изобретение или, возможно, сочетание первого и второго, порожденное синергизмом разума и материи. Вряд ли на этот вопрос есть простой ответ.

Одно ясно: в математике единожды доказанное положение навсегда становится истиной, не допускающей споров и не подверженной влиянию субъективных факторов. “Я люблю математику, — заметил Бертран Рассел, — за то, что в ней нет ничего человеческого, за то, что ее ничего, в сущности, не связывает ни с нашей планетой, ни со всей этой случайной вселенной”. Давид Гильберт высказал похожую мысль: “Математика не знает рас и географических границ; для математики весь культурный мир представляет собой единую страну”. Эта беспристрастность, универсальность математики — ее важнейшее достоинство, которое, однако, никак не умаляет ее эстетической привлекательности для человека с наметанным глазом. “Красота — самый первый критерий; для некрасивой математики в мире нет места”, — заявил английский математик Годфри Харолд Харди. Ту же мысль, но с точки зрения теоретической физики высказал Поль Дирак: “Природе присуща та фундаментальная особенность, что самые основные физические законы описываются математической теорией, аппарат которой обладает необыкновенной силой и красотой”^{*}.

* Визгин В. П. “Догмат веры” физика-теоретика: “предустановленная гармония между чистой математикой и физикой” // Проблема знания в истории науки и культуры. СПб.: Алетейя, 2001. — Здесь и далее прим. перев., если не указано иное.

Но у универсальности математической науки есть и обратная сторона: она может показаться холодной и стерильной, лишенной страсти и чувства. В результате может оказаться, что, хотя разумные существа иных миров и пользуются той же математикой, что и мы, это не самый лучший язык для общения на волнующие нас темы. “Многие предлагают использовать математику для общения с инопланетянами”, — прокомментировал ситуацию исследователь из Института поиска внеземного разума (SETI) Сет Шостак. Более того, голландский математик Ханс Фройденталь даже разработал для этого целый язык (*Lincos*). “Однако, — продолжает Шостак, — я лично считаю, что на языке математики трудно будет описать такие понятия, как любовь или демократия”.

Любая наука (физика уж точно) стремится в конечном итоге свести то, что она наблюдает в окружающей реальности, к математическому описанию. Специалисты по космологии, физике элементарных частиц и аналогичным дисциплинам радуются как дети, когда им удастся что-нибудь измерить или выразить количественно, а затем отыскать между этими количествами зависимость. Мысль о том, что вселенная в своей основе математична, имеет древние корни и восходит еще к пифагорейцам, а то и к более раннему периоду. Еще Галилей видел мир как “великую книгу”, написанную на языке математики, а много позже, в 1960 году, венгерско-американский физик и математик Юджин Вигнер написал статью под названием “Непостижимая эффективность математики в естественных науках”.

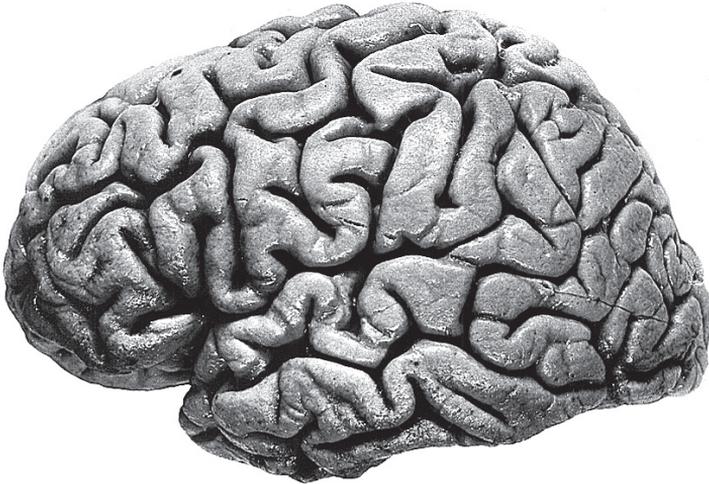
В природе мы не сталкиваемся с числами непосредственно, поэтому не сразу очевидно, что математика — во всем, что нас окружает*. Зато мы видим геометрические формы — почти точные сферы планет и звезд, криволи-

* Чтобы это увидеть, можно, например, почитать книгу *Математическая составляющая* / Редакторы-составители Н. Н. Андреев, С. П. Коновалов, Н. М. Панюнин. 2-е изд., расш. и доп. М.: Фонд “Математические этюды”, 2019. — *Прим. науч. ред.*

нейные траектории брошенных предметов и движущихся по орбите объектов, симметрию снежинок и многое другое, — а их уже можно описать с помощью числовых соотношений. А кроме них есть еще закономерности, которые также можно перевести на язык математики, в работе электрического и магнитного поля, во вращении галактик, в поведении электронов в атомах. Эти закономерности и описывающие их уравнения обосновывают отдельные события и явления и представляют собой глубинные, неподвластные времени истины, лежащие в основе постоянно меняющегося сложного и многогранного мира, в котором мы все существуем. Немецкий физик Генрих Герц, первым убедительно доказавший существование электромагнитных волн, писал: “Невозможно избавиться от ощущения, что математические формулы существуют независимо от нас и обладают собственным разумом, что они мудрее нас, мудрее даже тех, кто их открыл, и что мы извлекаем из них больше, чем первоначально было заложено”^{*}.

Несомненно, что современная наука имеет под собой прочный математический фундамент. Но это не обязательно означает, что сама реальность математична по своей сути. Еще со времен Галилея наука разделяла субъективное и объективное, или поддающееся измерению, и сосредоточивалась именно на последнем. Ученые делают все возможное, чтобы исключить любые факторы, относящиеся к наблюдателю, и принимать во внимание только то, что, по их мнению, находится за пределами “помех”, вносимых нашим мозгом и органами чувств. Весь путь развития, пройденный современной наукой, практически гарантирует, что в ее основе будет лежать математика. Но тогда за бортом остается множество областей, не так легко поддающихся научному анализу. Наиболее очевидная из них — сознание. Может быть, когда-нибудь мы построим

* Кафаров В. В., Ветохин В. Н. *Основы автоматизированного проектирования химических производств*. М.: Наука, 1987.



Для чего в процессе эволюции человеческий мозг развил в себе такие выдающиеся способности к совершенно ненужной ему для выживания математике?

добротную, всеобъемлющую модель работы мозга, разобравшись во всех нюансах функционирования памяти, обработки зрительной информации и многого другого. Но вопрос о том, для чего нам дан еще и внутренний опыт, ощущение того, “каково это — быть”, остается (и, возможно, всегда останется) за пределами традиционной науки, а значит, и математики.

С одной стороны, есть сторонники платонизма, считающие математику уже существующей территорией, которая лишь ждет, пока мы ее исследуем. С другой стороны, есть те, кто утверждает, что мы изобретаем математику постепенно, по мере возникновения необходимости в ней. И у той и у другой точки зрения есть слабые стороны. Платоники не в силах толком объяснить, где именно вне физической вселенной и человеческого разума существуют такие вещи, как число пи. А их оппоненты не могут отрицать тот факт, что планеты, например, будут вращать-

ся вокруг Солнца по эллиптической орбите независимо от наших математических расчетов. Третья философская школа занимает промежуточную позицию: ее представители считают, что математика далеко не так эффективно описывает реальный мир, как это иногда пытаются представить. Да, уравнения помогают нам направить космический аппарат на Луну или Марс, спроектировать новый самолет или предсказать погоду на несколько дней вперед. Но эти уравнения — всего-навсего приближение той реальности, которую они призваны описывать; к тому же они применимы лишь к малой части явлений, происходящих вокруг нас. Превознося успехи математики, сказал бы реалист, мы умаляем значение огромного количества явлений, которые слишком сложны или плохо изучены для того, чтобы укладываться в математическую форму, либо по самой своей природе не поддаются такому анализу.

А может быть, на самом деле вселенная по своей природе не математична? В конце концов, ни в космосе, ни в содержащихся в нем объектах нет ничего явно математического. Мы, люди, пытаемся дать наблюдаемым нами явлениям рациональное объяснение, упростить их, чтобы смоделировать какие-то аспекты устройства вселенной. При этом математика оказывает нам неоценимую помощь в познании этой самой вселенной. Но это не обязательно означает, что математическая наука — нечто большее, чем инструмент, созданный нами для собственного удобства. Однако же, если математики не было во вселенной изначально, как получилось, что мы смогли избобрести ее и применить для такой цели?

Всю математику можно грубо разделить на две области — прикладную и чистую*. Чистая математика — это наука ради науки.

* Термин “чистая математика” приписывают Годфри Харолду Харди, который считал, что математика, “чистая” от приложений, является самой красивой, а прикладная математика “тривиальна”, “уродлива” или “скупна”. — *Прим. науч. ред.*